Fundamentos de geometría y trigonometría

Geometría

El término geometría proviene del griego *geômetrês* (*geo*-tierra y *métron*-medida), se define como "*la ciencia de la medida de un terreno o espacio" (*Pradilla et al, 2015). Esta ciencia en principio estuvo enfatizada a la medición de fenómenos de la atmósfera, la astronomía o del universo en general, por medio de la observación y el cálculo, es decir, correspondió en un inicio en el campo de estudio experimental.

En Grecia se organizaron todos los conocimientos empíricos adquiridos y se reemplazó la observación y la experimentación por deducciones racionales, elevando así la Geometría como una ciencia teórica (Baldor, 2004). La geometría actual es el resultado de todo un proceso evolutivo que ha seguido la siguiente línea histórica (Pradilla et al, 2015):

- **Geometría Clásica (2.500 a.C. – s. XIII):** Las civilizaciones babilónicas, egipcias, griegas, árabes y alejandrinas generaron el núcleo de la geometría; definiéndola como "el estudio de las formas y superficies de las figuras". En esta etapa la geométrica desarrolló varios conceptos, tales como el punto, la recta y la superficie mediante la comparación de ángulos y longitudes.

- **Geometría Proyectiva (s. XV-XVII)**: Artistas italianos en el siglo XV, representaron en un plano figuras de la naturaleza y el espacio desde el punto de vista del observador. Las perspectivas geométricas se convirtieron en la esencia de la naturaleza, dado que permiten traducir la similitud de lo representado con lo real.

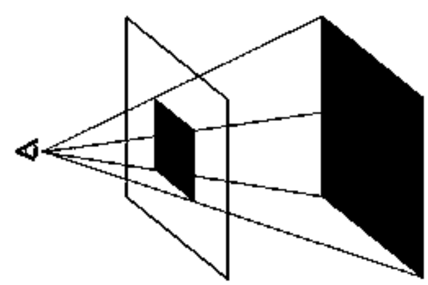


Figura 1. *Geometría proyectiva. En la imagen se analiza el plano del dibujo que pasa entre el objeto y la luz que llega al ojo del observador, estudiando las propiedades de incidencia (Corredor y Londoño, 2019)*

- **Geometría Analítica (s. XVII):** Tiene como principio que toda recta se asimile a una representación (una imagen) y cada figura se determine por un sistema de ecuaciones. Por tanto, estudia con profundidad las figuras geométricas, sus distancias, sus áreas, puntos de intersección, ángulos de inclinación, puntos de división, volúmenes, entre otras características.

- **Geometría No-euclidiana (s. XVIII-XIX):** Esta etapa de la geometría tiene presente los espacios curvos y de tres dimensiones. Se destaca el estudio de Lambert sobre la geometría hiperbólica y elíptica, así mismo, se distinguen las geometrías de curvatura negativa y de curvatura positiva.

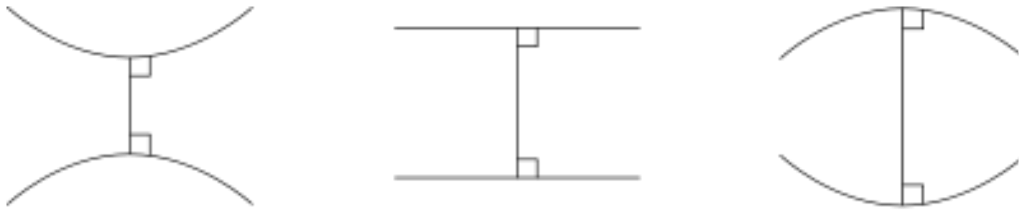


***Figura 2**. Geometría euclidiana, hiperbólica y elíptica. Además de la geometría euclídea de curvatura nula, existen la geometría elíptica de curvatura positiva, y la geometría hiperbólica de curvatura negativa (Rufian,2012).*

- **Geometría Contemporánea (s. XIX-XXI):** En eta etapa se inició una evaluación de las nociones de forma y espacio, dejando de lado la rigidez de las distancias euclidianas. Observado así, la posibilidad de deformar continuamente una superficie sin preservar la métrica existente, por ejemplo, deformar una esfera en un elipsoide (Figura 3).

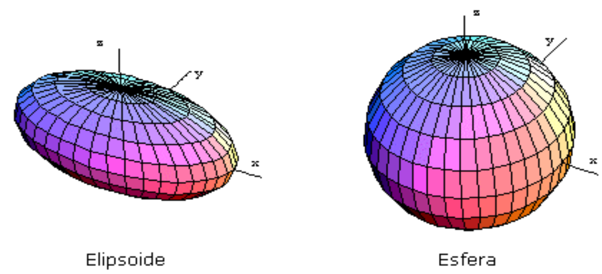


***Figura 3.** Elipsoide. (Imagen tomada de: https://www.its-internacional.es/elipsoide/)*

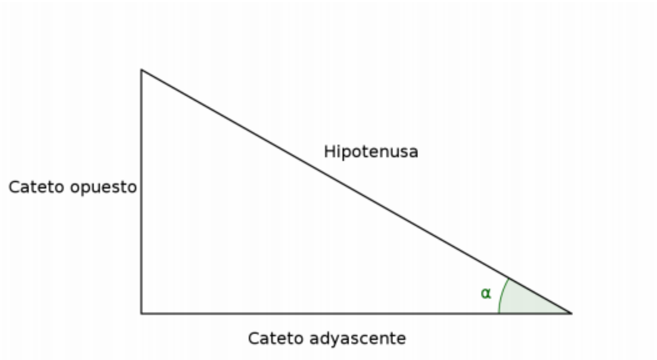
La Geometría es un campo de conocimiento y estudio interdisciplinar de fenómenos, por ejemplo, en el estudio de la estabilidad de un sistema mecánico se aplican las concepciones de cortes y proyecciones de un objeto tridimensional, y el desarrollo del cálculo de sus longitudes y ángulos, integrando todos estos conocimientos en el diseño industrial correspondiente al campo de la ingeniería (Pradilla et al, 2015).

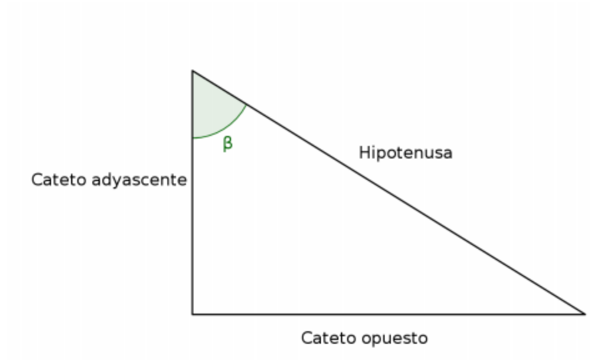
Trigonometría

La trigonometría proviene de los términos griegos *trigōnos* (triángulo) y *metron* (medida), es la rama de la matemática encargada de estudiar la relación entre los lados y ángulos de los triángulos. Se ocupa, por tanto, de las funciones asociadas a los ángulos, denominadas funciones trigonométricas (también llamados funciones circulares): seno, coseno, tangente, secante, cosecante (Baldor, 2004).

Funciones trigonométricas

Una manera de definir las funciones trigonométricas es a partir de un triángulo rectángulo. Un triángulo rectángulo es aquél que tiene un ángulo recto, los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos, y el tercer lado es conocido como hipotenusa (Figura 4).





Teniendo en cuenta esto, las funciones trigonométricas se describen en tres expresiones matemáticas diferentes (Sullivan, 2006):

- El seno de un ángulo α definido como la razón entre el cateto opuesto (a) y la hipotenusa (c).
  $$\operatorname{sen}\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$$
- El coseno del ángulo α definido como la razón entre el cateto contiguo o cateto adyacente (b) y la hipotenusa (c).
  $$\cos\alpha = \frac{cateto\ contiguo}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$$
- La tangente del ángulo α definido como la razón entre el cateto opuesto (a) y el cateto contiguo o cateto adyacente (b).
  $$\tan\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ contiguo} = \frac{a}{b}$$

Para poder realizar estas operaciones es necesario tener en cuenta ciertos conceptos. El lado opuesto al ángulo recto que se denomina hipotenusa (*h*) es el lado más largo del triángulo. El cateto opuesto que se encuentra del lado contrario al ángulo en cuestión y el cateto adyacente que se encuentra al lado (Sullivan, 2006).

Por otro lado, esta relación presente en el triángulo rectángulo, se expresa por medio del teorema de Pitágoras como:

$c^2 = a^2 + b^2$

Como se puede observar, la trigonometría tiene innumerables aplicaciones en diversos campos de la ciencia. De una u otra manera en todos los campos de las matemáticas; en la física, por ejemplo, en fenómenos ondulatorios; en la astronomía, por otro lado, es empleada para medir distancias entre planetas.

Referencias

Baldor J.A (2004) Geometría plata y del espacio. Publicaciones Cultural. Vigésima impresión. México

Corredor M., Londoño C. (2019) El arte y la historia de la construcción de la geometría proyectiva. Saber, ciencia y libertad, 14(2), pág. 295-311, ISSN 2382-3240.

Godino J. (2002) Geometría y su didáctica para maestros. Departamento de didáctica de la matemática. Universidad de Granada. ISBN 84-932510-1-1

Pradilla M., Marín I., Castaño J. (2015) Pensar Las Matemáticas, Geometría Básica: Reflexiones Epistemológicas, Históricas y Filosóficas. Vo. 1, Corporación Universitaria Republicana, ISBN: 978-958-5447-19-6

Rufían A. (2012) Gauss y la teoría de los números. RBA, S.A, (Digital por Newcomlab S.L.L) ISBN 97-8848298712-5. Barcelona

Sullivan M. (2006) Álgebra y trigonometría. Séptima edición, PEARSON EDUCACIÓN, México, ISBN 970-26-0736-1